# RENDICONTI

DELLE SEDUTE

## DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

**Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.**

*Seduta del 2 marzo 1902.*

P. BLASERNA, Vicepresidente.


## MEMORIE E NOTE

### DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

**Fisica matematica.** — *Influenza di uno schermo conduttore sul campo elettro-magnetico di una corrente alternativa parallela allo schermo.* Nota II [1] di T. LEVI-CIVITA, presentata dal Socio VOLTERRA.

5. *Caso del campo dovuto ad una corrente sinusoidale parallela allo schermo.* — Prendiamo nelle (1) della Nota precedente

$$u(t - Ax) = I_0 e^{i(\omega - \frac{\pi}{2})},$$

dove

$$i = \sqrt{-1}\ , \quad \omega = 2\pi n(t - Ax) + \alpha,$$

$I_0$, $n$ ed $\alpha$ designano costanti reali. Con questa espressione di $u$ le parti reali dei secondi membri delle (1) forniscono i potenziali dovuti a un'ordinaria corrente sinusoidale di intensità massima $I_0$ e di frequenza $n$.

Proponiamoci di determinare (i potenziali indotti sul piano $z = 0$) $F_1$, $U_1$, $V_1$ nel caso che i potenziali inducenti corrispondano al valore complesso $I_0 e^{i(\omega - \frac{\pi}{2})}$, sieno cioè

$$(1') \qquad \begin{cases} U' = 2I_0 e^{i(\omega - \frac{\pi}{2})} \log \frac{1}{\Delta}, \quad V' = 0, \quad W' = 0; \\ F' = U' \end{cases}$$

[1] Vedi pag. 163.

Trovati $F_1, U_1, V_1$, basterà prenderne la parte reale per avere i potenziali indotti sul piano $z = 0$ dalla suddetta corrente sinusoidale, parallela al piano e distante $d$ da esso.

È chiaro anzi tutto che, stabilito una volta il regime, le espressioni di $F_1, U_1, V_1$ dovranno essere della forma

$$(3) \qquad F_1 = 2I_0 e^{i(\omega - \frac{\pi}{2})} F_2, \quad U_1 = 2I_0 e^{i(\omega - \frac{\pi}{2})} U_2, \quad V_1 = 2I_0 e^{i(\omega - \frac{\pi}{2})} V_2,$$

con $F_2, U_2, V_2$ funzioni soltanto di $y, |z|$.

Ciò posto, le (III) e (IV) danno

$$(4) \qquad \frac{d^2F_2}{dy^2} + \frac{d^2F_2}{d|z|^2} = 0, \quad \frac{d^2U_2}{dy^2} + \frac{d^2U_2}{d|z|^2} = 0, \quad \frac{d^2V_2}{dy^2} + \frac{d^2V_2}{d|z|^2} = 0,$$

$$(5) \qquad 2\pi n A i (F_2 - U_2) + \frac{dV_2}{dy} = 0,$$

mentre le equazioni ai limiti (V) divengono

$$2\pi n A i (F_2 - U_2) + \frac{AR}{2\pi} \frac{dU_2}{d|z|} = 0,$$

$$\frac{dF_2}{dy} + 2\pi n A i V_2 - \frac{AR}{2\pi} \frac{dV_2}{d|z|} = -\frac{d \log \frac{1}{\Delta}}{dy}.$$

Le tre funzioni [armoniche, in causa delle (4)] $F_2, U_2, V_2$ dovranno inoltre comportarsi regolarmente per tutti i valori reali di $y$ e positivi di $|z|$, e annullarsi (assieme alle loro derivate) al crescere indefinito di $|z|$. Queste stesse proprietà competono di conseguenza alle due combinazioni

$$2\pi n A i (F_2 - U_2) + \frac{AR}{2\pi} \frac{dU_2}{d|z|},$$

$$\frac{dF_2}{dy} + 2\pi n A i V_2 - \frac{AR}{2\pi} \frac{dV_2}{d|z|},$$

di cui le equazioni ai limiti, scritte or ora, forniscono inoltre i valori per $z = 0$:

$$0 \quad \text{e} \quad -\frac{d \log \frac{1}{\Delta}}{dy}.$$

Poniamo

$$(6) \qquad \mathcal{V}^2 = y^2 + (|z| + d)^2 \quad (\mathcal{V} = \Delta \text{ per } z \leq 0),$$

e osserviamo che le due funzioni 0 e $-\frac{d \log \frac{1}{\mathcal{V}}}{dy}$, sono manifestamente ar-

moniche, regolari per tutti i valori reali di $y$ e positivi di $|z|$, e nulle per $|z| = \infty$. Siccome non vi possono essere due funzioni armoniche, che prendono gli stessi valori per $z = 0$, si mantengono regolari in ogni altro punto, e si annullano per $|z| = \infty$, così dobbiamo concludere che si ha identicamente (e non soltanto per $z = 0$)

$$(7)\quad \begin{cases} 2\pi n \mathrm{A}i(\mathrm{F}_2 - \mathrm{U}_2) + \dfrac{\mathrm{AR}}{2\pi}\dfrac{d\mathrm{U}_2}{d|z|} = 0, \\ \dfrac{d}{dy}\left(\mathrm{F}_2 + \log\dfrac{1}{r}\right) + 2\pi n \mathrm{A}i\,\mathrm{V}_2 - \dfrac{\mathrm{AR}}{2\pi}\dfrac{d\mathrm{V}_2}{d|z|} = 0. \end{cases}$$

*Il nostro còmpito consiste dunque nell'integrare il sistema* (completo, come tosto si riconosce) (4), (5), (7) *mediante funzioni* $\mathrm{F}_2, \mathrm{U}_2, \mathrm{V}_2$ *di* $y, |z|$, *regolari per tutti i valori reali di* $y$, *positivi di* $|z|$, *e nulle per* $|z| = \infty$.

6. *Calcolo di* $\mathrm{F}_2$. — Moltiplichiamo la prima delle (7) per $2\pi n \mathrm{A}i$, deriviamo la seconda rispetto ad $y$ e sommiamo. Verrà, tenendo conto della (5),

$$\frac{d^2}{dy^2}\left(\mathrm{F}_2 + \log\frac{1}{r}\right) + \mathrm{A}^2 n\,\mathrm{R}i\,\frac{d\mathrm{F}_2}{d|z|} = 0,$$

od anche, siccome $\mathrm{F}_2 + \log\dfrac{1}{r}$ è funzione armonica,

$$\frac{d^2}{d|z|^2}\left(\mathrm{F}_2 + \log\frac{1}{r}\right) - \mathrm{A}^2 n\,\mathrm{R}i\,\frac{d\mathrm{F}_2}{d|z|} = 0.$$

Integrando rispetto a $|z|$ fra un valore generico e $\infty$, risulta

$$\frac{d}{d|z|}\left(\mathrm{F}_2 + \log\frac{1}{r}\right) - \mathrm{A}^2 n\,\mathrm{R}i\,\mathrm{F}_2 = 0.$$

Facciamo, per brevità di scrittura, le posizioni

$$(8)\quad p = 2\pi n\mathrm{A}\ ,\ q = \frac{4\pi^2 n}{\mathrm{R}}\ ,\ \mathrm{B} = \mathrm{A}^2 n\mathrm{R} = \frac{p^2}{q}.$$

Le equazioni (5), (7) e quelle, cui siamo testè pervenuti, potranno essere scritte:

$$(5')\quad \frac{d\mathrm{V}_2}{dy} = pi(\mathrm{U}_2 - \mathrm{F}_2),$$

$$(7')\quad \begin{cases} \dfrac{d}{d|z|}(\mathrm{U}_2 - \mathrm{F}_2) - qi(\mathrm{U}_2 - \mathrm{F}_2) = -\dfrac{d\mathrm{F}_2}{d|z|}, \\ \dfrac{d}{dy}\left(\mathrm{F}_2 + \log\dfrac{1}{r}\right) - \dfrac{p}{q}\left(\dfrac{d\mathrm{V}_2}{d|z|} - qi\,\mathrm{V}_2\right) = 0, \end{cases}$$

$$(9)\quad \frac{d\mathrm{F}_2}{d|z|} - \mathrm{B}i\,\mathrm{F}_2 = -\frac{d\log\dfrac{1}{r}}{d|z|}.$$

Un integrale particolare della (9) è, come si verifica subito,

$$F_2 = -i\int_0^\infty e^{-B\lambda}\frac{d\log\frac{1}{\tau}}{d|z|}d\lambda, \tag{10}$$

in cui

$$\tau^2 = y^2 + (|z| + d - i\lambda)^2 \tag{11}$$

e si suppone $B > 0$.

La funzione sotto il segno nel secondo membro della (10) è allora effettivamente integrabile fra 0 e $\infty$ (qualunque sieno i valori reali di $y$ e di $z$).

L'integrale $F_2$ risulta poi funzione armonica di $y$ , $|z|$, nulla per $|z| = \infty$, regolare per tutti i valori reali di $y$ e positivi di $|z|$, poichè

$$\frac{d\log\frac{1}{\tau}}{d|z|} = -\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{|z| + d + i(y-\lambda)} + \frac{1}{|z| + d - i(y+\lambda)}\right\}$$

gode di tali proprietà in tutto l'intervallo di integrazione.

*La funzione cercata* $F_2$ *rimane definita dalla* (10).

Infatti, in causa della (9), essa potrebbe differirne soltanto per un integrale armonico della equazione

$$\frac{dF_2}{d|z|} - BiF_2 = 0,$$

nullo per $|z| = \infty$. Ma un tale integrale è identicamente nullo.

Giova ancora osservare che, mediante una integrazione per parti, si può attribuire all'espressione di $F_2$ la forma

$$F_2 + \log\frac{1}{r} = B\int_0^\infty e^{-B\lambda}\log\frac{1}{\tau}d\lambda. \tag{10'}$$

7. *Caratteri analitici della funzione* $F_2$. — Per riconoscere la natura della funzione definita dall'integrale (10), prendiamo le mosse dalla formula

$$\int_0^\infty \frac{e^{-\lambda}}{\lambda + \xi}d\lambda = e^{\xi}\int_\xi^\infty e^{-\lambda}\frac{d\lambda}{\lambda} = -e^{\xi}\,\mathrm{L}i e^{-\xi},$$

che è, si può dire, la definizione della funzione L*i* (logaritmo integrale) per valori reali e positivi dell'argomento $\xi$.

Dalla formula di Eulero [1]

$$\mathrm{L}i e^{-\xi} = C + \log\xi + \sum_1^\infty{}_m (-1)^m\frac{\xi^m}{m\,.\,m!} \tag{11}$$

(dove C è la nota costante 0,577 ... e pel logaritmo si intende fissata la

[1] Cfr. per es. Kronecker, *Vorlesungen über Mathematik*, B. I, pag. 213.

determinazione reale) la funzione $Li\, e^{-\xi}$ rimane definita in tutto il piano complesso. Supponendolo tagliato lungo il semiasse reale negativo, la $Li\, e^{-\xi}$ risulta funzione uniforme colla sola singolarità logaritmica $\xi = 0$.

Nello stesso campo (cioè in tutto il piano ad esclusione del semiasse reale negativo) è pure

$$\int_0^\infty \frac{e^{-\lambda}}{\lambda + \xi}\, d\lambda$$

funzione analitica regolare di $\xi$.

Le due funzioni $\int_0^\infty \frac{e^{-\lambda}}{\lambda+\xi}\, d\lambda$, $-e^{\xi}\, Li\, e^{-\xi}$ coincidono per $\xi$ reale e positivo. Si ha dunque, per qualsiasi valore di $\xi$,

$$\int_0^\infty \frac{e^{-\lambda}\, d\lambda}{\lambda+\xi} = -e^{\xi}\, Li\, e^{-\xi},$$

dovendosi nel secondo membro intendere, come s'è detto, quella particolare determinazione della funzione multiforme $Li$, che, senza attraversare il taglio, risulta reale, per $\xi$ reale e positivo.

Ciò posto, la espressione (10) di $F_2$, scambiando $\lambda$ in $\frac{\lambda}{B}$ e moltiplicando sopra e sotto per $i$, può essere scritta

$$F_2 = -\frac{1}{2}\left[\int_0^\infty \frac{e^{-\lambda}\, d\lambda}{\lambda - B\{y - i(|z|+d)} + \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda}\, d\lambda}{\lambda + B\{y + i(|z|+d)\}}\right] =$$

$$\frac{1}{2}\left[e^{-B\{y-i(|z|+d)\}}\, Li\, e^{B\{y-i(|z|+d)\}} + e^{B\{y+i(|z|+d)\}}\, Li\, e^{-B\{y+i(|z|+d)\}}\right].$$

Valendosi dello sviluppo (11), si caratterizza immediatamente il comportamento della funzione $F_2$ nell'intorno del valore 0 del parametro B. Si ha infatti

$$(10'') \qquad F_2 = C + \log B - i\frac{\pi}{2} + \log \nu + B\{Y_1 \log B + Y_2\{,$$

$Y_1$ e $Y_2$ designando funzioni regolari nell'intorno di $B = 0$.

Ne viene che, per $B = 0$, le derivate, rapporto a $y$, $|z|$, di $F_2$ coincidono colle derivate di $\log \nu$.

8. *Calcolo di* $U_2$ *e di* $V_2$. — Ritenuto $q > 0$, si verifica, come sopra, che

$$(12) \qquad U_2 - F_2 = -i\int_0^\infty e^{-q\mu}\, \frac{dF_2(y, |z| - i\mu)}{d|z|}\, d\mu$$

soddisfa alla prima delle (7′) e a tutte le altre condizioni richieste, ed è l'unica funzione, che si trova in questo caso.

Collo stesso criterio si costruisce l'integrale particolare

$$(13)\quad V_2 = -pi\int_0^\infty \{U_2(y+\nu,|z|) - F_2(y+\nu,|z|)\}\,d\nu = -pi\int_y^\infty (U_2 - F_2)\,dy$$

della (5′), che è funzione armonica ecc., e fornisce in somma il cercato valore di $V_2$.

Di tutte le condizioni, imposte alle nostre incognite, rimane soltanto da controllare la seconda delle (7′). Si riconosce senza difficoltà che coi valori (10′), (12) e (13) essa rimane identicamente soddisfatta.

9. *Semplificazione delle espressioni trovate.* La frequenza $n$, finchè si tratta di correnti alternate industriali, è compresa fra 20 e 200; per scariche oscillanti, correnti di Tesla, ecc., può giungere sino a valori dell'ordine di $10^6$, ma in ogni caso $B = A^2 n R$ è una quantità molto piccola (1).

Si possono quindi trascurare senza scrupolo i termini dell'ordine di B, ed anche di $B \log B$. La (10″) dà allora (prescindendo, come è lecito, dalla costante $C + \log B - i\frac{\pi}{2}$)

$$(14)\qquad F_2 + \log\frac{1}{r} = 0.$$

Ciò si sarebbe potuto ricavare dalla (9) facendovi $B = 0$, ma non si avrebbe avuto in tal modo esatta nozione dell'approssimazione risultante.

La formula (10″) mostra che l'errore, da cui possono essere affette $F_2$ e le sue derivate rispetto ad $y$, $|z|$, è dell'ordine di $B \log B$.

Nemmeno questo sarebbe sufficiente, volendo procedere con assoluto rigore. Bisognerebbe ancora assegnare un limite superiore dell'errore possibile nelle componenti delle forze elettromagnetiche.

Non è del resto difficile il farlo, partendo dalla considerazione delle derivate della (10′).

Si arriva alla conclusione prevista che gli errori sono effettivamente trascurabili.

Ritenuto ormai $F_2 = -\log\frac{1}{r}$, la (12), ricordando la espressione (11)

(1) Prendiamo pure $n = 10^7$ e per R il valore, che corrisponde a una lastra di argentana dello spessore di un decimillimetro, cioè a un dipresso

$$R = 20000 \times 100 = 2 \cdot 10^6.$$

Sarà pur sempre

$$B = \frac{2 \cdot 10^{13}}{9 \cdot 10^{20}} = \frac{2}{9}\,10^{-7}.$$

di $\tau$, si riduce a

$$(15) \qquad U_2 - F_2 = i \int_0^\infty e^{-q\lambda} \frac{d \log \frac{1}{\tau}}{d|z|} d\lambda .$$

Scindiamo il reale dall'immaginario. Si ha

$$U_2 - F_2 = -\frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-q\lambda} \frac{d \log \frac{\tau_1}{\tau_2}}{d|z|} d\lambda - i \frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-q\lambda} \frac{d \log (\tau_1 \tau_2)}{d|z|} d\lambda ,$$

dove

$$\tau_1^2 = (y-\lambda)^2 + (|z|+d)^2 , \quad \tau_2^2 = (y+\lambda)^2 + (|z|+d)^2 .$$

Si osservi che

$$-\int_y^\infty \frac{d \log \frac{\tau_1}{\tau_2}}{dy} dy = \log \frac{\tau_1}{\tau_2}, \quad -\int_y^\infty \frac{d \log (\tau_1 \tau_2)}{d|z|} dy = \operatorname{arctg} \frac{y-\lambda}{|z|+d} + \operatorname{arctg} \frac{y+\lambda}{|z|+d} - \pi .$$

La (13) porge quindi

$$V_2 = \frac{1}{2} p \int_0^\infty e^{-q\lambda} \left\{ \operatorname{arctg} \frac{y-\lambda}{|z|+d} + \operatorname{arctg} \frac{y+\lambda}{|z|+d} - \pi \right\} d\lambda - i \frac{1}{2} p \int_0^\infty e^{-q\lambda} \log \frac{\tau_1}{\tau_2} d\lambda .$$

Le espressioni definitive dei potenziali indotti, con approssimazione valida in ogni caso, sono dunque, a tenore delle (3) (avvertendo che dobbiamo conservare nei secondi membri soltanto la parte reale):

$$(16) \quad \begin{cases} F_1 = -2 I_0 \operatorname{sen} \omega \log \frac{1}{V} , \\ U_1 - F_1 = -2 I_0 \operatorname{sen} \omega \frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-q\lambda} \frac{d \log \frac{\tau_1}{\tau_2}}{dy} d\lambda \\ \qquad\qquad - 2 I_0 \cos \omega \frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-q\lambda} \frac{d \log (\tau_1 \tau_2)}{d|z|} d\lambda , \\ V_1 = 2 I_0 \operatorname{sen} \omega \frac{1}{2} p \int_0^\infty e^{-q\lambda} \left\{ \operatorname{arctg} \frac{y-\lambda}{|z|+d} + \operatorname{arctg} \frac{y+\lambda}{|z|+d} - \pi \right\} d\lambda \\ \qquad\qquad - 2 I_0 \cos \omega \frac{1}{2} p \int_0^\infty e^{-q\lambda} \log \frac{\tau_1}{\tau_2} d\lambda , \end{cases}$$

dove, ricordiamolo,

$$\begin{aligned} \omega &= 2\pi n (t - Ax) + \alpha , \\ V^2 &= y^2 + (|z|+d)^2 , \\ \tau_1^2 &= (y-\lambda)^2 + (|z|+d)^2 , \\ \tau_2^2 &= (y+\lambda)^2 + (|z|+d)^2 , \end{aligned}$$

mentre le costanti $p$ e $q$ sono definite dalla (8).

Il campo elettromagnetico, che, in assenza di schermo conduttore, è caratterizzato dai potenziali — parte reale delle (1′) —

$$(17)\quad F' = 2\,I_0 \operatorname{sen}\omega \log\frac{1}{\Delta}\,;\; U' = 2\,I_0 \operatorname{sen}\omega \log\frac{1}{\Delta}\,,\; V' = 0\,,\; W' = 0\,,$$

lo è invece, tenendo conto dello schermo, da

$$(18)\quad F = 2\,I_0 \operatorname{sen}\omega \left\{\log\frac{1}{\Delta} - \log\frac{1}{r}\right\};\; U = F + (U_1 - F_1)\,,\; V = V_1\,,\; W = 0\,,$$

dove bisogna sostituire per $U_1 - F_1$ e $V_1$ i loro valori (16).

Le componenti delle forze elettromagnetiche si hanno introducendo nelle (I) , (II) i potenziali (18). Ma le espressioni, che ne risultano, non sono ancora abbastanza comode per il calcolo numerico, nè sopratutto per acquistare un idea dell'andamento del fenomeno e fornire indicazioni ad eventuali sperimentatori.

Mostrerò in una terza Nota come a ciò si pervenga mediante uno sviluppo asintotico degli integrali, che compariscono nelle espressioni trovate.

**Matematica.** — *Sulle superficie che contengono sistemi doppi ortogonali isotermi di cerchi geodetici.* Nota di Ugo Amaldi, presentata dal Socio S. Pincherle.

Seguendo il Darboux e il Lie, chiamo *cerchi geodetici* di una superficie le curve di essa, che hanno curvatura geodetica costante. È noto che se una congruenza isoterma di curve su di una superficie è composta di cerchi geodetici, lo stesso accade per la congruenza ortogonale, e che due congruenze ortogonali di cerchi geodetici sono sempre isoterme (1). Non ogni superficie contiene sistemi doppi diffatti, e si riconosce immediatamente che, se una superficie ne contiene uno, il suo elemento lineare, riferito a codesto sistema doppio come a sistema coordinato, assume la forma

$$[A]\qquad ds^2 = \frac{du^2 + dv^2}{[U + V]^2}\,,$$

dove U e V sono funzioni rispettivamente della sola $u$ e della sola $v$. Ora il Darboux nella III Parte delle sue « *Leçons sur la théorie générale des*

(1) Darboux, l. c. III Partie, n. 654; Bianchi, *Geometria Differenziale*, pag. 170.

*surfaces* » (pag. 155) propone il problema di *cercare tutte le superficie il cui elemento lineare è riducibile in diversi modi alla forma* [A], *vale a dire le superficie che ammettono più coppie di congruenze ortogonali isoterme di cerchi geodetici.* Questa questione è analoga all'altra, proposta pur essa dal Darboux e risoluta completamente dal Koenigs (1), relativa alle superficie contenenti sistemi doppi ortogonali isotermi di ellissi ed iperbole geodetiche, cioè alle superficie, il cui elemento lineare è riducibile alla forma del Liouville

$$[B] \qquad ds^2 = [U + V]\,[du^2 + dv^2].$$

Il Ricci ha risoluto un problema intimamente legato a questo (2), il problema della esistenza e della determinazione dei sistemi doppi isotermi del Liouville su di una superficie di *dato* elemento lineare. Io, in questa e in altra Nota che spero mi sarà concesso l'onore di presentare a questa illustre Accademia, mi propongo di risolvere l'analogo problema pel caso dei cerchi geodetici; mi propongo cioè il problema seguente: *Data una forma differenziale quadratica positiva in due variabili*

$$\varphi = \sum_{r,s}^{1,2} a_{rs}\, dx_r\, dx_s ,$$

*riconoscere se sulle superficie di elemento lineare* $\sqrt{\varphi}$ *esistano congruenze isoterme di cerchi geodetici; e nel caso affermativo assegnare il sistema di equazioni, da cui dipende la determinazione di tutte codeste congruenze.*

Io ritrovo il risultato già noto (3) che sulle superficie a curvatura totale costante esistono $\infty^4$ sistemi doppi ortogonali isotermi di cerchi geodetici e assegno il sistema completo, dalla cui integrazione dipende la determinazione di tutti codesti sistemi doppi di curve. Escluso codesto caso, dimostro che una superficie non può ammettere più di $\infty^1$ sistemi doppi della specie considerata, e caratterizzo le superficie, che ne contengono un numero finito, in quanto assegno il modo per riconoscere con un numero finito d'operazioni in termini finiti se una superficie *data* goda di codesta proprietà, e per determinare, in caso affermativo, i sistemi in parola. Formo poi esplicitamente le condizioni sotto cui una data superficie contiene una semplice infinità di quei sistemi e assegno il sistema completo, la cui integrazione, quando siano soddisfatte siffatte condizioni, conduce alla determinazione di codesti sistemi doppi ortogonali isotermi di cerchi geodetici.

(1) *Mémoire sur les lignes géodésiques*, Mém. des Savants Étrangers, t. XXXI, 1894.

(2) *Sulla teoria delle linee geodetiche e dei sistemi isotermi di Liouville*, Atti dell'Ist. Veneto, t. LII, 1894. « *Lezioni sulla teoria della superficie* », Cap. VI, VII.

(3) Darboux, l. c. ibidem.

I metodi che io applico sono quelli del Calcolo differenziale assoluto del Ricci ([1]), e anzi debbo notare esplicitamente che nei calcoli richiesti dal presente problema io non ho avuto che da ripetere, leggermente modificati, i procedimenti e gli artifici escogitati ed applicati dal Ricci pel suo caso. L'identità di notazioni che, fino che mi è stato possibile, ho cercato di osservare, renderà facile il riscontro.

Noto, infine, che se immaginiamo riferito il dato elemento lineare alle sue coordinate simmetriche

$$ds^2 = \lambda\, dx\, dy\,,$$

il problema, che io qui risolvo, equivale al seguente: *Data un'equazione lineare alle derivate parziali del second'ordine e ad invarianti uguali*

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x\, \partial y} = \lambda\, z\,,$$

*riconoscere se sia riducibile mediante una trasformazione* $x' = \mathrm{X}(x)$, $y' = \mathrm{Y}(y)$ *alla forma*

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x'\, \partial y'} = \frac{z}{[\varphi(x' + y') + \psi(x' - y')]^2}$$

*e nel caso affermativo assegnare il sistema di equazioni, che definisce le funzioni* X *e* Y, *a ciò necessarie.*

1. Si consideri su di una superficie di elemento lineare dato $ds = \sqrt{\varphi}$ una qualsiasi coppia di congruenze ortogonali di curve. Se K è la curvatura totale della superficie (cioè della forma quadratica $\varphi$) e se indichiamo con $ds_1$, $ds_2$ gli elementi d'arco delle curve generiche delle due congruenze e con $\gamma$, $(\gamma)$ le corrispondenti curvature geodetiche, abbiamo per una notissima formola del Liouville ([2]),

$$\frac{d(\gamma)}{ds_1} - \frac{d\gamma}{ds_2} + \gamma^2 + (\gamma)^2 + \mathrm{K} = 0, \tag{1}$$

dove $\frac{d}{ds_1}$, $\frac{d}{ds_2}$ indicano le derivate (di direzione sulla varietà) secondo gli archi $s_1$ ed $s_2$ delle curve delle due congruenze.

Se poi le due congruenze considerate appartengono ad un fascio isotermo, è nullo quell'invariante del fascio, che il Ricci chiama *anisotermia* di esso, abbiamo cioè

$$\frac{d\gamma}{ds_1} + \frac{d(\gamma)}{ds_2} = 0\,. \tag{2}$$

([1]) Per una esposizione riassuntiva completa di codesti metodi, cfr. Ricci et Levi-Civita, *Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications*, Math. Ann. Bd. LIV.

([2]) Darboux, l. c., III Partie, n. 643; Bianchi, l. c. pag. 148, form. (6*).

Risulta di qui che le coppie ortogonali di congruenze isoterme sulla data varietà sono caratterizzate dal sistema (1) (2), al quale, ove ricorrendo allo spediente ingegnoso del Ricci, si introducano due indeterminate $\alpha$ e $\beta$, si può sostituire il sistema equivalente

$$(3)\qquad \begin{cases} \dfrac{d\gamma}{ds_1} = -\beta \qquad \dfrac{d\gamma}{ds_2} = \frac{1}{2}(\alpha + \mathrm{K}) + \gamma^2 \\ \dfrac{d(\gamma)}{ds_1} = \frac{1}{2}(\alpha - \mathrm{K}) - (\gamma)^2 \quad \dfrac{d(\gamma)}{ds_2} = \beta . \end{cases}$$

Se con $\lambda_r$ $(r = 1, 2)$ indichiamo il sistema coordinato covariante a invariante algebrico uguale ad 1 delle curve di elemento lineare $ds_1$, il problema di determinare i sistemi doppi ortogonali isotermi della data varietà, coincide analiticamente con quello di ricercare le condizioni di integrabilità del sistema (3), ove si considerino come incognite le $\lambda_r$, $\gamma$, $(\gamma)$, $\alpha$ e $\beta$ [1], e poi, verificate siffatte condizioni, di eseguirne effettivamente l'integrazione. A raccogliere qualche contributo indiretto e modesto alla risoluzione di codesto problema veramente arduo, si può prefissare *a priori* una determinazione particolare per una delle indeterminate $\beta$ o $\alpha$, e poi studiare l'esistenza ed, eventualmente, la determinazione effettiva dei sistemi doppi ortogonali isotermi corrispondenti; cercare, cioè, le condizioni di integrabilità e la integrazione del sistema (3), in cui si considerino incognite le $\lambda_r$, $\gamma$, $(\gamma)$ e, rispettivamente, $\alpha$ o $\beta$.

Sotto questa unica categoria di problemi si possono raccogliere tanto quello risoluto dal Ricci corrispondente a $\beta = 3\,\gamma\,(\gamma)$, quanto quello, di cui io qui mi occupo, il quale corrisponde a $\beta = 0$, in quanto la condizione

$$(4)\qquad \frac{d\gamma}{ds_1} = 0$$

esprime che le linee di elemento lineare $ds_1$ (e quindi anche le traiettorie ortogonali) sono a curvatura geodetica costante.

A risolvere uno qualsiasi di codesti problemi bisognerà cominciare col rendere *completo* il sistema (3), aggiungendovi le equazioni che si ottengono successivamente come condizioni di integrabilità di esso. Ora le due deriva-

[1] Naturalmente si devono considerare in sistema colle (3) le due equazioni che definiscono le curvature geodetiche $\gamma$ e $(\gamma)$ per mezzo delle $\lambda_r$

$$\gamma = \sum_{r,s}^{1,2} \lambda_2^{(r)}\, \lambda_1^{(s)}\, \lambda_{1/rs}\,, \quad (\gamma) = -\sum_{r,s}^{1,2} \lambda_1^{(r)}\, \lambda_2^{(s)}\, \lambda_{2/rs}\,;$$

cfr. Ricci et Levi-Civita, l. c. Chap. II, § 1, form. (7).

zioni intrinseche $\frac{d}{ds_1}$, $\frac{d}{ds_2}$ non sono commutabili fra loro, ma sono tali che è identicamente (1)

$$\frac{d}{ds_2}\frac{d}{ds_1} - \frac{d}{ds_1}\frac{d}{ds_2} = \gamma\frac{d}{ds_1} + (\gamma)\frac{d}{ds_2},$$

onde risultano pel sistema (3) le due condizioni di integrabilità

$$(5)\quad \begin{cases} \dfrac{d\alpha}{ds_1} + 2\dfrac{d\beta}{ds_2} = -\dfrac{d\mathrm{K}}{ds_1} + 6\beta\gamma - 2(\gamma)\left[\tfrac{1}{2}(\alpha+\mathrm{K}) + \gamma^2\right] \\ \dfrac{d\alpha}{ds_2} - 2\dfrac{d\beta}{ds_2} = \dfrac{d\mathrm{K}}{ds_2} + 6\beta(\gamma) + 2\gamma\left[\tfrac{1}{2}(\alpha-\mathrm{K}) - (\gamma)^2\right]. \end{cases}$$

Se ora si supponesse prefissata una determinazione particolare per $\alpha$, si dedurrebbe di qui, come condizione di integrabilità rispetto a $\beta$, la

$$(6)\quad \frac{d^2\alpha}{ds_1^2} + \frac{d^2\alpha}{ds_2^2} + \frac{d^2\mathrm{K}}{ds_1^2} - \frac{d^2\mathrm{K}}{ds_2^2} + 5\left[(\gamma)\frac{d\alpha}{ds_1} - \gamma\frac{d\alpha}{ds_2}\right] + 5\left[(\gamma)\frac{d\mathrm{K}}{ds_1} + \gamma\frac{d\mathrm{K}}{ds_2}\right] + \\ + 4\alpha\left[\gamma^2 + (\gamma)^2\right] + 4\,\mathrm{K}\left[(\gamma)^2 - \gamma^2\right] = 0,$$

la quale, noteremo incidentalmente, assume una forma particolarmente semplice per la determinazione $\alpha = \mathrm{K}$ (o $\alpha = -\mathrm{K}$). Si verifica dalla (6), che di sistemi doppi ortogonali isotermi soddisfacenti al sistema (3) in cui sia $\alpha = \mathrm{K}$, esiste sulle superficie sviluppabili una quadrupla infinità; come pure si trova che, se su di una varietà esiste un tale sistema doppio, il suo elemento lineare, riferito ad esso, assume la forma

$$ds^2 = e^{v\varphi+\psi}\left[du^2 + dv^2\right],$$

dove $\varphi$ e $\psi$ sono funzioni arbitrarie della sola $u$; codesta forma di elemento lineare comprende quello delle superficie spirali di Lie e Lévy (2).

Ma lasciando da parte codesto caso, che qui non ci interessa, supponiamo invece che sia prefissato $\beta$: allora la condizione di integrabilità delle (5) rispetto ad $\alpha$ è data dalla

$$(7)\quad 2\left[\frac{d^2\beta}{ds_1^2} + \frac{d^2\beta}{ds_2^2}\right] + \frac{d^2\mathrm{K}}{ds_2\,ds_1} + \frac{d^2\mathrm{K}}{ds_1\,ds_2} + 10\left[(\gamma)\frac{d\beta}{ds_1} - \gamma\frac{d\beta}{ds_2}\right] + \\ + 3\left[(\gamma)\frac{d\mathrm{K}}{ds_2} - \gamma\frac{d\mathrm{K}}{ds_1}\right] - 4\beta\,\mathrm{K} + 8\beta\left[\gamma^2 + (\gamma)^2\right] = 0,$$

la quale andrà aggiunta al sistema (3) (5).

(1) Ricci et Levi-Civita, l. c. Chap. II, § 2.
(2) Darboux, l. c. IV Partie, Note VI, pag. 442.

2. Prima di procedere alla ricerca particolare che io mi sono proposto, mi sia permesso di osservare che le due determinazioni $\beta = 3\gamma(\gamma)$ e $\beta = 0$, corrispondenti rispettivamente al caso dei sistemi isotermi del Liouville e dei cerchi geodetici, sono casi particolari della determinazione $\beta = c\gamma(\gamma)$, dove $c$ indica una costante arbitraria.

Supponendo che su di una superficie esista un sistema doppio ortogonale isotermo soddisfacente al sistema (3), sia

$$ds^2 = \lambda^2 (du^2 + dv^2)$$

l'elemento lineare di essa, riferita a codesto sistema doppio come a sistema coordinato. Si ha allora notoriamente

$$\gamma = -\frac{1}{\lambda^2}\frac{\partial\lambda}{\partial v}, \quad (\gamma) = \frac{1}{\lambda^2}\frac{\partial\lambda}{\partial u}$$

$$\frac{d}{ds_1} = \frac{1}{\lambda}\frac{\partial}{\partial u}, \quad \frac{d}{ds_2} = -\frac{1}{\lambda}\frac{\partial}{dv};$$

onde risulta dalla

$$\frac{d\gamma}{ds_1} = -c\gamma(\gamma) \tag{8}$$

che $\lambda$ deve soddisfare all'equazione

$$\lambda\frac{\partial^2\lambda}{\partial u\,\partial v} + (c-2)\frac{\partial\lambda}{\partial u}\frac{\partial\lambda}{\partial v} = 0.$$

Ma l'integrale generale di questa è, ove pongasi $c = 1 + \frac{1}{a}$,

$$\lambda = [U + V]^a$$

dove U e V sono funzioni arbitrarie rispettivamente della sola $u$ e della sola $v$. Concludiamo che l'elemento lineare di una superficie su cui esista una congruenza isoterma di curve, la cui curvatura geodetica rende soddisfatta la (8), è caratterizzato dalla riducibilità alla forma

$$[C] \qquad ds^2 = [U + V]^{2a}[du^2 + dv^2], \quad c = 1 + \frac{1}{a}$$

che dà, naturalmente, per $c = 3$ l'elemento lineare del Liouville e per $c = 0$ quello delle superficie con un sistema doppio ortogonale isotermo di cerchi geodetici.

Per $\beta = c\gamma(\gamma)$ la condizione di integrabilità (7) diventa

$$\frac{d^2K}{ds_2\,ds_1} + \frac{d^2K}{ds_1\,ds_2} + (3+2c)\left[(\gamma)\frac{dK}{ds_2} - \gamma\frac{dK}{ds_1}\right] + 4c(c-3)\gamma(\gamma)K = 0. \tag{9}$$

Poichè essa è identicamente soddisfatta per $K = 0$, si ha che l'elemento

lineare di una superficie sviluppabile è riducibile in $\infty^4$ modi alla forma [C]; e si può anche notare che per K = cost la (8) è identicamente soddisfatta solo nel caso dei sistemi isotermi di ellissi ed iperbole geodetiche o di cerchi geodetici.

Porremo qui termine a queste digressioni, per procedere oramai speditamente ai calcoli richiesti dalla risoluzione del problema proposto. Saranno essi l'oggetto di una Nota successiva.

**Mineralogia.** — *Sul glaucofane di Chateyroux (valle di Gressoney)*. Nota di FERRUCCIO ZAMBONINI, presentata dal Socio STRÜVER.

Sono molto rari, a tutt'oggi, i giacimenti di glaucofane che hanno fornito cristalli terminati alle estremità dell'asse verticale. Bodewig (1) per il primo, nei cristalli di Zermatt, ha riconosciuto le forme terminali $c = \{001\}$ OP e $r = \{\bar{1}11\}$ P. Le stesse forme furono determinate dal v. Lasaulx (2) nei cristalli dell'isola Groix.

Più recentemente Colomba (3) ha descritto il glaucofane della Beaume, nell'alta valle della Dora Riparia. Ma a giudicare da quanto dice, egli non ha avuto a sua disposizione dei bei cristallli, tanto che non ha potuto misurare esattamente nemmeno l'angolo del prisma. In alcuni cristalli egli ha notato delle faccette curve, ad un'estremità di *z*, che potrebbero essere quelle di $\{\bar{1}11\}$ e $\{001\}$, ma egli stesso non si pronuncia sulla attendibilità di queste facce, che non hanno permesso nemmeno misure approssimative (4).

L'ing. S. Franchi, al quale sono lieto di esprimere anche qui la mia viva riconoscenza e gratitudine per la benevolenza, con la quale mi concede di studiare i minerali che egli possiede, ha scoperto, la scorsa estate, nei dintorni di Chateyroux dei bei cristalli di glaucofane, che egli cortesemente mi ha affidato per lo studio.

I cristalli di glaucofane tappezzano una piccola cavità in un masso di eclogite che fu trovato, come gentilmente mi ha comunicato l'ing. Franchi, presso la mulattiera che dai casali di Chateyroux, ad occidente di Fontainemore, scende al valloncello di Theilly, piccolo affluente di destra del Lys.

(1) *Ueber den Glaukophan von Zermatt.* Pogg. Ann. 1876, CLVIII, 224.

(2) *Ueber das Vorkommen und die mineralogische Zusammensetzung eines neuen glaukophangesteins von der Insel Groix.* Sitzber. niederrhein. Gesellsch. in Bonn. 1883, XII, 3.

(3) *Sulla glaucofane della Beaume.* Atti Acc. Scienze di Torino 1894, XXIX.

(4) L'ing. E. Mattirolo, del R. Ufficio Geologico, ha avuto la cortesia di mettere a mia disposizione un'abbondante raccolta di cristalli isolati dal calcare della Beaume. Essi sono bellissimi: misurano fino 8 mm. secondo l'asse *z*, ma non ne ho trovato nemmeno uno con faccette terminali.

La testata di Chateyroux, completamente levigata dall' antico ghiacciaio della valle del Lys, è pure parzialmente coperta da morenico, sicchè non si può escludere in modo assoluto che il blocco eclogitico in questione provenga da parti più alte della valle di Gressoney. Però la frequenza di lenti eclogitiche nei micascisti dei dintorni immediati di Chateyroux, i quali fanno parte di quella estesissima zona di micascisti eclogitici che vanno dalla valle dell' Orco alla valle Sesia, attraverso alla valle d'Aosta ed alle valli biellesi, rende più probabile, secondo l' ing. Franchi, che il blocco provenga dai pressi immediati di Chateyroux. E in questa stessa zona che furono trovate dal Franchi, quali forme estreme dell' eclogite, numerose masse di rocce giadeitiche o cloromelanitiche, e la eclogite del cui pirosseno sodico ho lo scorso anno pubblicata l' analisi.

La roccia nella quale si trova il glaucofane in cristalli, è un' eclogite a glaucofane povera in granato, che costituisce dei piccoli elementi subordinati. Abbondante è il pirosseno verde-chiaro, parzialmente uralitizzato e cloritizzato, che sovente è però anche inalterato.

L' anfibolo, che con piccole listerelle intramezza il pirosseno, è di colore verde un po' più scuro di quest' ultimo. Il glaucofane è anche abbondante e talora parzialmente cloritizzato, e presenta numerose inclusioni di granato, di rutilo, in bei cristalletti ed in granuli, e di sfeno. Sono interessanti delle plaghe che mostrano del glaucofane incluso in un grande individuo di pirosseno, colle traccie dei clivaggi perfettamente parallele in tutti e due i minerali. Nelle sezioni sottili della roccia si osservano talvolta, sulle liste di glaucofane, dei cristallini di glaucofane bellissimi, che lasciano riconoscere le forme $\}110\{$ $\}010\{$ $\}\bar{1}11\{$: ve ne sono poi anche altri non terminati, con le forme $\}110\{$ e $\}010\{$. Agli elementi finora notati è da aggiungere la mica bianca, discretamente frequente.

I cristalli di glaucofane, il cui studio forma l' oggetto di questa Nota, sono accompagnati da muscovite in laminette, da qualche grosso granulo di quarzo e da alcuni rari cristallini di sfeno, di colore giallo chiarissimo. In uno di essi ho potuto riconoscere al goniometro le forme $c = \}001\{$ OP, $m = \}110\{ \infty$ P, Y $= \}101\{ -$ P$\breve{\infty}$, $n = \}111\{ -$ P, $l = \}\bar{1}12\{ {}^1/_2$ P e $a = \}100\{ \infty$ P$\breve{\infty}$. Le forme più sviluppate sono $c$ e $n$; Y è abbastanza grande, come pure $a$: sottilissime sono $l$ e $m$. Nello sfeno di altri giacimenti $\}101\{$ è molto rara.

I cristalli di glaucofane sono neri, splendenti, talvolta molto allungati secondo l'asse $z$, frequentemente sono però piuttosto tozzi. Il più lungo misurava 12 mm. secondo $z$.

Le facce della zona [001] sono striate, con striatura sottile e rada, parallelamente all' asse verticale; sono spesso ondulate, come se i cristalli durante la loro formazione avessero subito delle pressioni, agenti dalle pareti della drusa verso l' esterno.

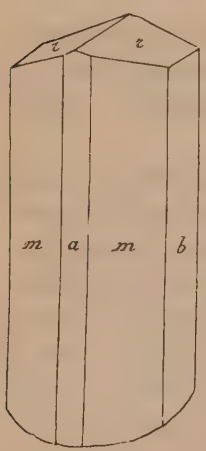
Le forme determinate sono le seguenti:

| | | | |
|---|---|---|---|
| }100{ | ∞P∞ | $h^1$ | *a* |
| }010{ | ∞P∞ | $g^1$ | *b* |
| }110{ | ∞P | *m* | *m* |
| }$\bar{1}$11{ | P | $b^1/_2$ | *r* |

Esse si riuniscono nelle seguenti combinazioni:

1) *mr*
2) *mbr*
3) *mabr*.

L'ortopinacoide è raro: quando è presente, ha però faccette abbastanza grandi. Più frequente è il clinopinacoide, talora con faccie strette, più spesso, però, discretamente grandi. L'emipiramide }$\bar{1}$11{ ha faccette perfettamente piane, sono però, quasi sempre, del tutto prive di splendore. Le misure eseguite dell'angolo *mr* tolgono ogni dubbio sul simbolo di queste facce terminali.




Sovente le facce del prisma {110} hanno disuguale sviluppo: talvolta due facce parallele dominano sulle altre, cosicchè i cristalli diventano tabulari. Tre misure dell'angolo *mm* hanno dato:

55° 2′, 54° 56′, 54° 55′.

Questi valori sono abbastanza diversi da quelli fin qui trovati nel glaucofane. Infatti Strüver (1) per la gastaldite della Val d'Aosta dà 55° 35′ 30″, Bodewig 55° 16′ (Zermatt), v. Lasaulx 55° 15′ (Isola Groix), Luedecke (2) 55° 10′ (Isola di Syra). I valori da me ottenuti sono esattissimi, e rappresentano il prisma più ottuso finora trovato.

Ho potuto misurare con grande esattezza l'angolo che la seconda bisettrice c forma con la verticale su (010), impiegando l'oculare di Bertrand: come media di parecchie letture concordantissime ho trovato 4° 30′.

Il pleocroismo, bellissimo, è:

a = giallo verdastro chiarissimo, quasi incoloro;
b = violetto;
c = azzurro-celeste.

Al cannello si comporta come il glaucofane ordinario e la gastaldite.

Io ho eseguito due analisi, attaccando il minerale col carbonato sodico-potassico: la soda fu determinata col metodo di L. Smith. Col nitrito so-

(1) *Sulla gastaldite, nuovo minerale del gruppo dei bisilicati anidri.* Atti R. Acc. Lincei, 1875, II (2ª), 333.

(2) *Der Glaukophan und die Glaukophan führenden Gesteine der Insel Syra.* Zeitsch. d. deutsch. geol. Gesellsch. 1876, XXVIII, 249.

dico-cobaltico si potè constatare la presenza di potassa in quantità troppo piccola per essere determinata con esattezza. L'ossido ferroso è stato determinato col metodo di Mitscherlich: questo saggio ha dimostrato che tutto il ferro si trova allo stato di sale ferroso, precisamente come nella gastaldite.

Ho anche eseguito una determinazione diretta di acqua, arroventando il minerale in un tubo da combustione previamente calcinato, e raccogliendo l'acqua che si svolgeva in un tubo a cloruro di calcio.

I cristalli analizzati erano perfettamente puri e non alterati. L' esame microscopico portato su parecchie sezioni non ha permesso di scorgere la minima traccia di alterazione o di sostanza estranea nei cristalli tappezzanti la drusa.

Frequenti alterazioni in clorite ed ossido di ferro idrato, nonchè interposizioni di scarsi granati e di laminette di mica presentano, invece, le masserelle granulari di glaucofane, che si trovano in alcuni punti della roccia.

La media dei risultati ottenuti è la seguente:

| | |
|---|---|
| $Si O_2$ | 55,43 |
| $Al_2 O_3$ | 12,26 |
| $Fe O$ | 8,07 |
| $Ca O$ | 2,91 |
| $Mg O$ | 8,67 |
| $Na_2 O$ | 9,02 |
| $H_2 O$ | 2,87 |
| | 99,23 |

I risultati di questa analisi differiscono notevolmente da quelli che Cossa ha ottenuto nella gastaldite di St. Marcel. La mia analisi è invece, almeno nelle linee generali, molto vicina a quelle che Lüdecke e Schnedermann hanno pubblicato del glaucofane tipico dell' isola di Syra:

| | Lüdecke |
|---|---|
| $Si O_2$ | 55,64 |
| $Al_2 O_3$ | 15,11 |
| $Fe_2 O_3$ | 3,08 |
| $Fe O$ | 6,85 |
| $Mg O$ | 7,80 |
| $Mn O$ | 0,56 |
| $Ca O$ | 2,40 |
| $Na_2 O$ | 9,34 |
| | 100,78 (1) |

(1) Anche il glaucofane di Chateyroux contiene piccolissime quantità di manganese. Schnedermann trovò 12 % di $Al_2 O_3$.

È poi quasi uguale a quella che Colomba ha fatto conoscere dei cristalli del *calcare* della Beaume.

È interessante, nei cristalli da me analizzati, la notevole percentuale di acqua. Per parecchio tempo l'acqua data da molte analisi di anfiboli fu considerata secondaria: le determinazioni del resto non avevano grande valore, essendo delle semplici perdite di peso per calcinazione. Berwerth (1) e Haefcke (2), l'hanno considerata invece come costituente originario: il primo ha ammesso che si trovi come $Si H_2 O_3$, il secondo invece, nei termini alluminiferi, come $Si H_4 O_4$. Nei miei cristalli, che sono purissimi, mi sembra difficilmente negabile che l'acqua che essi contengono sia acqua di costituzione, tanto più che il glaucofano sovente contiene acqua: Berwerth dà per i cristalli di Zermatt un tenore di acqua (2,54 %) quasi uguale a quello da me trovato nel campione di Chateyroux.

L'ipotesi di Haefcke, che, cioè, gli anfiboli alluminiferi sieno da considerarsi come miscele di ortosilicati, non è applicabile alle analisi di glaucofane finora conosciute.

La mia analisi dà la formula:

$$2\,Na_2\,Al_2\,Si_4\,O_{12}$$
$$Na\,Si\,O_3$$
$$Ca\,Si\,O_3$$
$$4\,Mg\,Si\,O_3$$
$$2\,Fe\,Si\,O_3$$
$$3\,H_2\,Si\,O_3$$

**Petrografia.** — *Rocce trachitiche del cratere di Fondo Riccio nei Campi Flegrei.* III. *Inclusi nel tufo e nelle scorie* (3). Nota di E. Manasse, presentata dal Socio C. De Stefani.

Dal prof. De Stefani furono raccolti entro le scorie ed entro il tufo del Fondo Riccio, dei quali fu già detto in due precedenti Note (4), alcuni inclusi, che, secondo lo studio fattone, sono da riferirsi alla *trachite sanidino-augitica*, alla *trachite biotitica* e alla *trachite andesitica*. Sono tutte rocce a struttura ipocristallina con pochissima base vetrosa; e tutte rientrano, seguendo il concetto del Lacroix (5), fra le rocce incluse omogenee, fra quelle

(1) *Ueber die chemische Zusammensetzung der Amphibole* Sitzungsber. d. k. Akad. der Wissensch. Wien 1882, LXXXV (1) 153.

(2) *Ueber die chemische Constitution der Hornblende.* Inaug. Diss. Göttingen, Berlin 1890.

(3) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Mineralogia della R. Università di Pisa.

(4) Rend. Acc. Linc. Vol. XI, 1° sem., fasc. 2 e 3, pag. 85 e 125.

(5) *Les enclaves des roches volcaniques,* Macon 1893.

rocce, cioè, che devono la loro origine allo stesso magma che formò la roccia includente.

## Trachite sanidino-augitica.

Un primo incluso, raccolto nel tufo giallo sotto le scorie del Fondo Riccio all'estremità del vallone S. Angelo, ha massa fondamentale poco porosa, grigio-nera e ad occhio nudo vi si scorgono solo dei cristalli porfirici tabulari e vetrosi di sanidino.

Al microscopio questa massa fondamentale apparisce minutissima e molto povera di elementi colorati e presenta struttura ipocristallina, assai evidentemente fluidale. In sezioni molto sottili e con fortissimo ingrandimento risulta formata principalmente di una parte vetrosa incolora e di microliti feldispatici allungati pure incolori. I microliti feldispatici sono esilissimi e lunghi appena qualche centesimo di millimetro; hanno colori d'interferenza bassi e si estinguono parallelamente alla loro lunghezza; sono quindi riferibili al sanidino. Molto più scarsamente entrano a far parte della massa fondamentale dei microliti verdognoli di augite, delle laminette bruno-rossastre di biotite e dei granuli di magnetite più o meno limonitizzati. La massa fondamentale si mostra al microscopio, come già potevasi notare macroscopicamente, assai povera in pori e i pori sono sempre piccoli.

Fra i minerali porfirici il più abbondante è il sanidino. Si presenta in cristalli tabulari secondo (010), nettamente terminati, incolori e freschissimi; vi si riconoscono talora le linee di sfaldatura basale e più frequentemente delle linee di frattura irregolarmente distribuite. Tali cristalli sorpassano talora i tre millimetri in lunghezza e il mezzo millimetro in larghezza. Semplici alcuni, la maggior parte sono però geminati; comunissima è la geminazione con la legge di Carlsbad, rarissima invece con quella di Baveno. I colori d'interferenza sono bassi nel grigio-biancastro e l'estinzione, rispetto allo spigolo d'allungamento (010):(001), avviene a 0° su (001) e varia da 4° a 8° su (010). Molto raramente si riscontrano nei cristalli di sanidino delle inclusioni di vetro e di apatite e delle inclusioni gassose localizzate in certe parti dei cristalli.

Assai scarso invece è il plagioclasio: se ne incontrano nelle sezioni solo pochissimi cristalli tabulari essi pure, o colonnari, e geminati con la legge dell'albite, alla quale si associa rarissimamente quella del periclino. L'estinzione simmetrica di 19°-22° che presentano, fanno riportarli ad un'andesina basica. Un solo cristallo zonato vidi e con pochissima differenza di acidità fra le diverse zone.

Più diffusa del plagioclasio, ma sempre in cristalli di minori dimensioni, è l'augite, verde, non pleocroica e con angolo di estinzione dalla sfaldatura prismatica di 41° circa.

La biotite è rappresentata da lamine bruno-giallognole, allungate e assai alterate, onde sono frequentemente inquinate da prodotti ferruginosi.

Nè mancano in questa roccia dei grossi grani di magnetite e delle macchie, assai rare però, di limonite ed ematite. Mancano invece completamente la sodalite e l'hauina; e la polvere della roccia, trattata con acido nitrico, non dà reazione affatto nè di cloro, nè di anidride solforica.

Disgregata la roccia con carbonato sodico-potassico diede una percentuale in silice di 62,60.

### Trachite biotitica.

La roccia, che ha colore rosso-cupo, fu raccolta entro le scorie del Fondo Riccio. È assai porosa e ad occhio nudo nella pasta apparentemente uniforme, con evidente struttura fluidale, si riconoscono solo fra i minerali porfirici delle lamine allungate brune di biotite.

Al microscopio la massa fondamentale, che costituisce la roccia quasi totalmente, apparisce ricca in pori di forma irregolare e generalmente ellittica. I minerali porfiricamente disseminati sono pochi e in generale di piccole dimensioni e spettano alla biotite, al sanidino, al plagioclasio, all'augite e ad un pirosseno trimetrico. Ma si hanno però delle lamine di biotite che raggiungono la lunghezza di qualche millimetro.

La massa fondamentale risulta formata a fortissimo ingrandimento da un impasto estremamente minuto di minerali che, data la piccolezza loro, non si prestano ad esatta determinazione. Probabilmente però essa è costituita per la massima parte da microliti feldispatici così piccoli da ridursi a semplici punteggiature, da squamette di biotite e da innumerevoli granuli di ematite e limonite prodotti dall'alterazione della biotite. Mi pare che sianvi pure pochi microliti di augite e di apatite. La presenza di quest'ultima specie sarebbe confermata da un saggio chimico che diede per questa roccia trachitica un tenore in anidride fosforica di 0,38 %. Male si può dire se esista una parte vetrosa, per l'addossarsi dei microliti l'uno sull'altro; in ogni modo, se esiste, è scarsissima.

Passando ai minerali porfirici, il più diffuso è la biotite in lamine frequentemente alterate e sostituite da prodotti ferruginosi, spesso rotte con spostamento di parti; in altre invece la sfaldatura è nettissima. Il sanidino è limpido, incoloro ed ha colori d'interferenza bassi. Generalmente è in cristalli piccoli, ma ne misurai uno lungo tre millimetri. Rari ne sono i geminati con legge di Carlsbad e rare le inclusioni liquide e vetrose piccolissime. Il plagioclasio è di acidità diversa, e si presenta in cristalli allungati, spesso tabulari, secondo (010). Non vidi cristalli zonati. Il più frequente è un plagioclasio basico da riportarsi alla bitownite o addirittura all'anortite. Raramente nel plagioclasio è inclusa della biotite. Il pirosseno monoclino ha colore debolmente verde, fin quasi nullo, ed angolo di estinzione di 26°-29°

dall'asse verticale; sembra doversi riferire ad un termine della serie diopside-augite; contiene inoltre inclusioni vetrose piccolissime. Riferisco infine al pirosseno trimetrico un unico cristallo a contorno non netto e di color verde, pel suo pleocroismo debole molto, per la netta sfaldatura prismatica e per l'estinzione che è rigorosamente parallela all'allungamento.

Ho indicato la roccia col nome di trachite biotitica sia perchè la biotite è fra i minerali porfirici quello che predomina, sia perchè essa entra a far parte pure essenzialmente della massa fondamentale. L'acidità della roccia è assai inferiore a quella dell'incluso precedentemente descritto. Disgregata infatti con carbonato sodico-potassico diede per la silice la percentuale di 52.74.

### Trachite andesitica.

Pure questa roccia fu raccolta entro le scorie del Fondo Riccio. Il suo colore è grigio, ha cavità assai grosse, che in parte sono pori a gas, in parte sono dovute alla scomparsa di minerali porfirici preesistenti. Ad occhio nudo si scorgono porfiricamente disseminate nella massa grigia solo delle lamine di biotite e dei cristalli bianchi feldispatici fortemente caolinizzati.

Al microscopio la massa fondamentale risulta formata da un feltro di listarelle feldispatiche allungate secondo lo spigolo (001):(010), cui si associano delle piccole squamette di biotite, tanto alterate che talora si riducono soltanto a residui di ematite e magnetite limonitizzata.

Mal si giudica pel sovrapporsi delle liste feldispatiche, se esista o no una parte vetrosa nella massa fondamentale; in ogni modo se, come è probabile, è presente, è anche scarsissima. Le listarelle feldispatiche sono alterate, ed hanno dimensioni aggirantisi intorno ai $^{2}/_{10}$ o $^{3}/_{10}$ di millimetro, e accennano per la disposizione loro a struttura fluidale. Alcune risultano semplici; altre invece semplicemente geminate, ma non mancano dei cristalletti polisintetici, formati però solo da tre o quattro individui. La massima parte delle listarelle feldispatiche spettano al sanidino, le altre ad un plagioclasio acido di composizione intermedia fra l'oligoclasio e l'andesina.

Fra i cristalli porfirici oltre i feldispati e la mica nera visibili anche ad occhio nudo, si riconoscono delle grosse sezioni, talora quadrate, di magnetite.

Il feldispato è in gran parte riferibile al plagioclasio; pochi, pochissimi, sono i cristalli di sanidino. Questi cristalli feldispatici, nettamente terminati, sono profondamente torbidi e ricoperti per alterazione da una materia opaca, grigia, che ora ricuopre completamente i cristalli, ora invece lascia libera una porzione interna e un sottile orlo esterno. Non è facile appunto per la sua forte alterazione potersi pronunziare circa la natura del plagioclasio. Esso sembra però in prevalenza essere un'andesina basica; ma non mancano termini assai più basici riferibili alla bitownite o all'anortite. In alcuni cri-

stalli zonati si possono assai bene notare tutti i passaggi da un termine all'altro, con crescente acidità dal centro alla periferia.

La biotite è generalmente assai meno alterata dei feldispati, ma riassorbita spesso dalla massa fondamentale. Include sovente dell'apatite.

Altri minerali non mi riuscì scorgere nelle sezioni sottili e la roccia, trattata con acido nitrico, non diede reazione affatto nè di cloro, nè di anidride solforica, ma diede tracce evidenti di anidride fosforica. La percentuale in silice posseduta da questa trachite andesitica è di 58,60.

Chimica. — *Sulla tautomeria dell'acido piromeconico.* Nota di A. Peratoner, presentata dal Socio E. Paternò.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sull'esistenza di corpi racemici in soluzione.* Nota preliminare di G. Bruni e M. Padoa (1), presentata dal Socio G. Ciamician.

L'esistenza di composti racemici venne fin qui provata solamente per lo stato solido. Per ciò che si riferisce allo stato liquido, di soluzione e di vapore, le esperienze fatte finora furono del tutto negative o quasi. Molti autori ritengono perciò che l'esistenza di molecole racemiche sia legata allo stato cristallino; non mancarono però anche quelli che sostennero la possibilità di tale esistenza anche negli altri stati d'aggregazione. Pure gli argomenti addotti, ad esempio, da Küster (2) e da Ladenburg (3) per sostenere tale tesi, vennero fortemente oppugnati da altri ricercatori (4) e non portano ad ogni modo una prova sicura.

Per istudiare la questione della possibilità che molecole racemiche non dissociate esistano in soluzione, si presentava naturalmente come il più indicato, il metodo crioscopico. E difatti, appena questo fu scoperto, non mancarono ricerche dirette a tale scopo. Citeremo quelle di Raoult (5) per l'acido racemico e pel suo sale sodico-ammonico, sciolti in acqua; di Frankland e Pickard (6) per l'etere metilico dell'acido dibenzoilglicerico inattivo in diversi

(1) Lavoro eseguito nel laboratorio di Chimica generale della R. Università di Bologna.
(2) Berichte d. deutschen Chem Ges. XXXI, 1847.
(3) Ibidem. XXVIII, 164, 1991.
(4) Marckwald, Berichte XXXII, 1089; E. Fischer, ibidem, XXVIII, 1153.
(5) Zeitschr. f. physik. Ch. I, 186 (1887).
(6) I. Ch. Soc. *69*, 128 (1896).

solventi; di Anschütz e Pulfrich ([1]) per l'etere dimetilico dell'acido diacetilracemico in acido acetico; di Wallach e Pulfrich ([2]) per l'isonitrosodipentene, e finalmente di Adriani ([3]) per la canforossima inattiva, nello stesso solvente. Il risultato di tutte queste esperienze fu però che i corpi inattivi mostrano, entro i limiti degli errori d'osservazione, pesi molecolari semplici ed uguali, cioè, a quelli dei corrispondenti composti attivi. Doveva presentarsi naturale l'idea che la scomposizione delle molecole racemiche dovesse, come in tutti i casi analoghi, essere limitata dalla presenza di un eccesso di uno dei prodotti della dissociazione stessa. In base a questo giustissimo concetto, Paternò e Manuelli ([4]) pensarono di usare come solvente l'etere dietilico dell'acido diacetildestrotartrico, sciogliendovi il corrispondente composto racemico, ed eseguirono in tal guisa varie misure; però, come questi autori ben fanno osservare, i risultati di tali esperienze non potevano essere in nessun caso decisivi, poichè o il composto racemico resta inalterato, ed allora è una sola molecola che determina l'abbassamento; oppure la dissociazione avviene, ed in tal caso gli abbassamenti sono dati ancora da una sola molecola, e cioè da quella dell'etere levogiro, poichè il destrogiro va semplicemente ad accrescere il solvente.

Noi abbiamo però pensato che alla soluzione del problema si poteva forse arrivare determinando le grandezze molecolari di sostanze racemiche, sciogliendole in un solvente in presenza di un forte eccesso di uno dei loro componenti. All'applicazione di questo metodo molte e varie difficoltà si oppongono, e prima di tutto la non grandissima precisione che si può raggiungere coi comuni apparecchi crioscopici. Appariva poi opportuno scegliere solventi privi di potere dissociante, come gli idrocarburi ed i loro derivati alogenati. Però la scelta di questi corpi come solventi escludeva la possibilità di sperimentare su corpi racemici che contenessero carbossili od ossidrili, poichè, come è noto, tali sostanze danno già di per sè luogo a fenomeni di associazione; onde la distinzione fra le due cause di anomalie, si rendeva al tutto o pressochè impossibile. Noi scegliemmo come sostanze che tali inconvenienti non presentassero, gli eteri dimetilici degli acidi diacetiltartrico e diacetilracemico. L'esistenza di quest'ultimo come vero composto racemico, non ostante il suo punto di fusione più basso di quello dei componenti, venne dimostrata da I. H. Adriani (l. c.) in base al metodo di Roozeboom. Noi usammo come solventi il benzolo, il p.-xilolo, il bromuro d'etilene e il bromoformio. Dapprima sperimentammo su soluzioni benzoliche contenenti il composto racemico solo, di confronto con altre contenenti il solo composto tartrico. Ottenemmo i seguenti risultati:

([1]) Liebigs Ann. *247*, 121 (1888).
([2]) Liebigs Ann. *246*, 231 (1888).
([3]) Zeitschr. f. physik. Ch. XXXIII, 459.
([4]) Questi Rendiconti 1897, 1° sem., 401.

| Concentrazioni | Abbassamenti | Pesi molecolari (K = 51) |
|---|---|---|
| Composto tartrico | | |
| 0,861 | 0°,17 | 259 |
| 1,887 | 0,37 | 261 |
| 2,879 | 0,55 | 259 |
| Composto racemico | | |
| 0,814 | 0,165 | 252 |
| 1,554 | 0,32 | 254 |
| 2,352 | 0,48 | 250 |

$C_{10}\ H_{14}\ O_8 = 262$

Come si vede, il composto racemico è, nelle sue soluzioni pure, completamente scisso. Passammo allora a studiare il comportamento delle soluzioni contenenti un eccesso di composto attivo. Ci era però necessario di stabilire se l'aggiunta di notevoli quantità di questa sostanza al solvente, non alterasse in modo sensibile il valore di K. A questo scopo sciogliemmo in una soluzione benzolica contenente circa il 10 % di etere tartrico, piccole quantità di difenile. Gli abbassamenti ottenuti corrisposero a valori di K oscillanti fra 52,5 e 49,4, e quindi ad una media di 51. Qui però si trattava di un corpo nuovo aggiunto alla soluzione, e quindi valeva approssimatamente la legge degli abbassamenti indipendenti. Ma si deve riflettere che sciogliendo l'etere racemico in una soluzione di un eccesso di tartrico, quelle molecole del primo che si dissociano, vanno ad accrescere la quantità del secondo; ed è noto che, per cause non del tutto definite, tutti i corpi, a concentrazioni forti, tendono a dare pesi molecolari più elevati del normale. Noi istituimmo perciò alcune esperienze nel modo seguente. Si scioglieva in benzolo una certa quantità di etere tartrico e, determinato il punto di congelamento, si assumeva questo come punto di partenza, ed aggiungendo successivamente piccole quantità dello stesso composto, si calcolavano dagli ulteriori abbassamenti avuti, i pesi molecolari corrispondenti. Ecco i risultati di queste misure.

1. Etere tartrico in benzolo (K = 51)

| | Concentrazioni | Abbassamenti | Pesi molecolari ($C_{10}\ H_{14}\ O_8 = 262$) |
|---|---|---|---|
| Conc. iniziale = 6,03 | | | |
| | 1,254 | 0°,235 | 272 |
| | 1,952 | 0,355 | 280 |

2. Etere tartrico in bromuro d'etilene (K = 118)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Conc. iniziale = 3,306 | | | |
| | 0,637 | 0,28 | 269 |
| | 1,311 | 0,52 | 297 |
| | 1,990 | 0,78 | 301 |
| | 0,675 | 0,285 | 279 |
| | 1,371 | 0,575 | 281 |
| | 2,060 | 0,835 | 291 |

3. Etere tartrico in paraxilolo (K = 43)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Conc. iniziale = 2,88 | | | |
| | 0,718 | 0,125 | 247 |
| Conc. iniziale = 1,527 | | | |
| | 0,502 | 0,08 | 270 |
| | 1,007 | 0,165 | 262 |
| | 1,584 | 0,25 | 272 |

4. Etere tartrico in bromoformio (K = 144)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Conc. iniziale = 3,23 | | | |
| | 0,736 | 0,41 | 259 |
| | 1,322 | 0,71 | 268 |
| | 1,971 | 1,00 | 283 |

Come era da prevedersi, si hanno pesi molecolari alquanto più elevati del normale e che vanno in generale crescendo colla concentrazione.

Dopo ciò, passammo alle ricerche col composto racemico, operando in modo identico a quello ora descritto pel composto attivo.

1. In benzolo (K = 51)

| Concentrazioni iniziali del composto tartrico | Concentrazioni del composto racemico | Abbassamenti | Pesi molecolari ($C_{10}$ $H_{14}$ $O_8$ = 262) |
|---|---|---|---|
| 6,60 | 1,009 | 0,17 | 303 |
| | 1,840 | 0,31 | 303 |
| | 3,100 | 0,54 | 293 |
| 6,21 | 0,889 | 0,145 | 312 |
| | 1,804 | 0,31 | 297 |
| | 2,545 | 0,46 | 282 |

2. In p. xilolo (K = 43)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2,86 | 0,714 | 0,10 | 307 |
| | 1,428 | 0,205 | 299 |
| | 2,224 | 0,31 | 308 |
| | 0,445 | 0,07 | 280 |
| | 0,945 | 0,16 | 260 |
| | 1,459 | 0,24 | 261 |

3. In bromuro d'etilene (K = 118)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3,82 | 0,702 | 0,275 | 301 |
| | 1,354 | 0,545 | 293 |
| | 2,144 | 0,82 | 309 |
| 3,67 | 0,677 | 0,265 | 302 |
| | 1,298 | 0,52 | 294 |
| | 1,983 | 0,77 | 304 |

| Concentrazioni iniziali del composto tartrico | Concentrazioni del composto racemico | Abbassamenti | Pesi molecolari ($C_{10}$ $H_{14}$ $O_8$ = 262) |
|---|---|---|---|
| | 3. In bromuro d'etilene (K = 118) | | |
| 3,32 | 0,655 | 0°,24 | 322 |
| | 1,291 | 0,50 | 304 |
| | 1,912 | 0,755 | 299 |
| 3,38 | 0,719 | 0,255 | 333 |
| | 1,353 | 0,49 | 325 |
| | 1,991 | 0,74 | 317 |
| | 4. In bromoformio (K = 144) | | |
| | 0,553 | 0,31 | 257 |
| | 1,056 | 0,595 | 255 |
| | 1,652 | 0,915 | 260 |

Come si vede, nel bromoformio non può notarsi alcuna differenza fra il comportamento del composto tartrico e quello del racemico. Negli altri solventi i pesi molecolari sono notevolmente più elevati che non nel caso precedente. Il ripetersi di questo fatto in varie serie di esperienze, ci sembra possa escludere trattarsi di errori fortuiti d'osservazione. Si dovrebbe pertanto concludere che molecole racemiche non dissociate possono, in queste condizioni, esistere in soluzione. A questa conclusione ci pare che debba pure condurre l'andamento dei pesi molecolari ottenuti, i quali, anzichè andar crescendo colla concentrazione, tendono in generale a diminuire. Ciò può spiegarsi se si rifletta che, aumentando la concentrazione del composto racemico, il componente attivo va trovandosi proporzionalmente man mano in minore eccesso rispetto al primo, talchè la sua influenza nel far retrocedere la dissociazione, va anch'essa facendosi sempre più piccola.

Ad una causa di questo genere si debbono probabilmente attribuire i valori non troppo elevati ottenuti con la prima serie in soluzione di p.-xilolo, poichè la concentrazione iniziale di etere tartrico era assai più piccola che negli altri casi. Onde apportare una prova ulteriore, abbiamo voluto fare una esperienza sciogliendo dapprima in bromuro d'etilene un eccesso di composto inattivo, aggiungendovi poi successive quantità dello stesso:

| Conc. iniziale = 3,43 | Concentrazioni | Abbassamenti | Pesi molecolari ($C_{10}$ $H_{14}$ $O_8$ = 262) |
|---|---|---|---|
| | 0,764 | 0°,32 | 281 |
| | 1,505 | 0,60 | 296 |
| | 2,176 | 0,87 | 295 |

Come si vede, i risultati ottenuti sono perfettamente concordanti con quelli avuti aggiungendo composto tartrico ad una soluzione già concentrata

dello stesso. È dunque necessaria la presenza di un eccesso di composto attivo perchè si ottengano col corrispondente corpo racemico, valori anormalmente elevati.

Noi siamo ben lungi dal ritenere, colle esperienze qui riferite, esaurito l'argomento e completamente provata l'esistenza di molecole racemiche in soluzione. Ci proponiamo perciò di proseguire le esperienze in questo campo nella scala più larga che ci sarà possibile, sia impiegando nuovi solventi, sia studiando altre sostanze racemiche. Ci riserviamo pure di eseguire determinazioni di densità di vapore di composti racemici puri ed in presenza di un eccesso di uno dei loro componenti, per vedere se possa verificarsi o no la presenza di molecole non scisse allo stato gassoso.

**Parassitologia.** — *Sul modo di trasmissione dell'Anchilostoma duodenale.* Nota di Gino Pieri, presentata dal Socio Grassi.

Nel Centralblatt für Bakteriologie, Parasitenkunde und Infektionskrankheiten, a p. 483 del vol. XXIV il dott. A. Loos esprimeva l'ipotesi che le larve dell'*Anchilostoma*, accanto a uno sviluppo diretto in seguito a penetrazione nell'intestino dell'uomo, posseggano anche la facoltà di introdursi attraverso la sua pelle, e giungere di qui all'intestino, per crescere ivi fino alla maturità sessuale. Questa ipotesi si aveva fatto strada nella sua mente in base specialmente alla circostanza che, dopo aver eseguito esperienze sull'*Anchilostoma* colle più grandi precauzioni per non assumere involontariamente l'infezione per via orale, egli si trovò invece abbondantemente infettato; si ricordò egli allora che un giorno, manipolando le sue culture di larve, gli era caduta una goccia di acqua contenente larve sulla pelle della mano, ed ivi si erano manifestati in breve notevoli fenomeni irritatorî.

Nel n. 18 del XXIX volume dello stesso Centralblatt, il Loos torna sull'argomento, e riporta il risultato di un suo esperimento compiuto in proposito, dal quale risulterebbe che le larve di *Anchilostoma*, venute a contatto della pelle, penetrano « specialmente nei follicoli dei peli, raramente nei canali ghiandolari, e da questi nel derma ». Egli ricollegando questa esperienza col fatto surriferito, dal quale fu indotto a formulare la sua ipotesi, ritiene di aver dimostrato come realmente si verifichi in natura, e si possa provocare artificialmente, una seconda maniera di infezione per *Anchilostoma*, quella per l'immigrazione attiva delle larve attraverso la pelle.

Certamente le conclusioni del Loos, qualora fossero state confermate dai fatti, avrebbero avuto una importanza e una portata molto maggiore di quella di una semplice osservazione scientifica: esse avrebbero fatto risorgere straordinariamente complicato il problema della protezione contro la fatale

Anchilostomiasi. L'argomento del controllo dell'esperienze del Loos si presentava perciò molto interessante, ed il prof. Battista Grassi richiamò sopra di esso la mia attenzione.

In verità il fatto di aver seguito le larve di *Anchilostoma* fino alla penetrazione nel derma non mi sembrò potesse essere sufficiente ad autorizzare il Loos a dare come fatto dimostrato la sua ipotesi. L'aver il Loos riscontrato che le larve giungono fino al derma, non prova affatto che esse debbano procedere oltre e giungere fino all'intestino. Neppure l'essersi egli trovato infetto di *Anchilostoma* può avere un serio valore dimostrativo: si pensi infatti alla grande difficoltà di mantenersi immune dall'infezione allorchè si usa simile materiale di cultura. Nulla di più naturale poi, che allorchè accadde al Loos il fatto della caduta della goccia di acqua contenente larve sulla pelle, coi conseguenti fenomeni irritatorî, egli che a tutta prima non comprese la possibile importanza del fatto, abbia potuto prima o poi portare istintivamente la mano nel luogo dove massimo era il prudore, e quindi, tenendo anche presente la possibilità nelle larve di resistere al disseccamento per un tempo relativamente lungo (1), si sia casualmente infettato; tanto più che egli confessa implicitamente di non aver usato in quei tempi la precauzione di lavarsi le mani con alcool a 90° dopo ogni contatto con i recipienti contenenti il materiale di cultura, precauzione che dice di aver adottato negli esperimenti più recenti. A questa possibilità di infezione involontaria per via orale durante le esperienze, aggiungasi nel caso del Loos anche il coefficiente importantissimo della grande facilità di assumere l'infezione con altri mezzi in un paese, come il Cairo, in cui l'anchilostomiasi è endemica.

Ad ogni modo adunque, sembrandomi molto improbabile che si potesse verificare un fenomeno talmente strano nel campo elmintologico, e ritenendo d'altra parte, come ho detto, che l'esperienza del Loos per la sua insufficienza dimostrativa fosse ben lontana dal portare delle prove positive in favore di detta ipotesi, con l'aiuto del prof. Grassi, mi accinsi a uno studio scrupoloso della questione.

Grazie alla cortesia del prof. F. Schupfer, che nelle feci di un malato della clinica medica di S. Spirito aveva riscontrato, col metodo suggerito nel 1878 dal Grassi e oggi da tutti adottato, l'infezione per *Anchilostoma*, mi fu possibile procurarmi il materiale per le esperienze.

Nel giorno 17 novembre 1901 cominciai la coltivazione delle uova nel

(1) In alcune mie esperienze in proposito io ho riscontrato finora in larve di *Anchilostoma* poste in condizioni di siccità quasi assoluta, una resistenza massima di 6 o 7 giorni. Ma su questi esperimenti, che mi propongo di rinnovare, tornerò più diffusamente nella relazione estesa e particolareggiata che intendo pubblicare in breve delle esperienze alle quali accenno più innanzi.

termostato alla temperatura di 28° — 20° C., alla quale si ottiene la massima celerità nello sviluppo, e in breve ebbi a mia disposizione molte larve.

Il giorno 4 dicembre presi da una cultura con una pipetta dell' acqua contenente numerosissime larve viventi e vivacissime, incapsulate e mature per passare nell' ospitatore definitivo. Ne sgocciolai sei goccie sulla pelle del dorso della mia mano; posso calcolare che in queste si contenessero parecchie migliaia di larve; dopo circa un' ora, allorchè furono asciugate, feci cadere altre due goccie. Quindi eseguii la stessa operazione sul professore Grassi e sul dott. Giovanni Noè, che molto gentilmente si prestarono alla mia esperienza. Sulla pelle del dorso della mano del Noè feci cadere tre goccie dell' acqua contenente larve, il cui numero sarà stato di qualche migliaio; altrettanto feci sulla pelle dell' avambraccio del prof. Grassi, il quale invece di lasciare asciugare l' acqua sul posto, la spalmò largamente sulla superficie dell' avambraccio.

L' eseguire l' esperienza su di altri, oltrechè su di me, mi sembrava indispensabile per esser sicuro del valore dei risultati; infatti se l' infezione si fosse sviluppata eventualmente in me, che ho occasione di maneggiare continuamente il materiale di studio, sarebbe stato ben difficile determinare se essa fosse dovuta alle larve penetrate per la pelle o a quelle ingerite per mera casualità (cosa che, come ognuno immagina, può verificarsi colla massima facilità); se poi l' infezione si fosse sviluppata anche nei compagni di esperienza, l' ipotesi del Loos avrebbe avuto una conferma molto importante, se non assoluta.

Le larve collocate sulla nostra pelle penetrarono indubbiamente in essa; una ispezione accurata col microscopio semplice ci persuase che dopo il disseccamento delle goccie, non esistevano più larve alla superficie della nostra epidermide. Inoltre in Noè e in me si svilupparono in breve fenomeni irritatorî locali (che in me si manifestarono più acuti, verosimilmente in rapporto all' enorme numero delle larve adoperate): gonfiore, indolenzimento della parte, bruciore ecc., fenomeni analoghi a quelli riscontrati anche da Loos e da lui descritti; essi durarono, decrescendo progressivamente di intensità, fino verso la fine di dicembre.

Debbo notare che il diligente esame delle nostre feci prima dell' esperienza, ci confermò l' essere noi completamente liberi di *Anchilostoma*. Dal giorno dell' esperienza eseguimmo sovente l' esame delle feci, e questo fu proseguito, sempre con risultato negativo rispetto alla presenza di uova di *Anchilostoma*, fino alla metà del gennaio 1902, e cioè al di là del termine di 4-5 settimane dal tentativo di infezione, nel quale avrebbe dovuto presumibilmente cominciare l' emissione delle uova qualora l' infezione avesse avuto luogo.

Pertanto il giorno 13 febbraio esaminando le mie feci, riscontrai in esse la presenza di qualche uovo di *Anchilostoma*; mi affrettai allora a verificare

se esse si riscontrassero anche nelle feci dei miei compagni di esperienza, ma in questi l'esame fu assolutamente negativo.

Attribuisco tale leggiera infezione all'ingoiamento casuale di qualche larva avvenuta durante le mie manipolazioni giornaliere del materiale di esperienza, alle quali sono costretto dalla necessità di rinnovare quotidianamente l'acqua alle mie culture di larve per mantenerle viventi. Che essa non abbia origine dal tentativo di infezione attraverso la pelle lo desumo da tre importantissime prove: 1° la non intervenuta infezione degli altri due compagni di esperienza; 2° la sua entità minima relativamente al numero sterminato di larve penetrate nella mia pelle nell'esperienza (1); 3° l'epoca dell'infezione, posteriore di molto a quella in cui avrebbero dovuto secondo ogni probabilità svilupparsi le larve penetrate nell'organismo.

Credo che queste mie prime osservazioni mi autorizzino a concludere che l'ipotesi del Loos della possibile infezione di *Anchilostoma* per immigrazione attiva delle larve attraverso la pelle, è priva di un serio fondamento scientifico. Rimarrebbe perciò stabilito che l'unica via di infezione seguita dalle larve dell'*Anchilostoma* è la via orale, come per il primo constatò il Grassi insieme coi Parona.

Resta ancora un punto da chiarirsi per dare alla mia affermazione una dimostrazione completa: il destino delle larve penetrate attraverso la pelle. A rischiarare questa importante circostanza io dirigerò le mie ulteriori ricerche.

## PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Cerruti presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Soci: Foà, Taramelli, Gaudry, Helmert, Pflueger, Weingarten, Wild.

Il Corrispondente Millosevich fa omaggio, a nome del Socio Tacchini, del vol. III, serie 3ª, delle *Memorie del R. Osservatorio del Collegio Romano*, e dà notizia dei lavori in esso contenuti.

## CORRISPONDENZA

Il Segretario Cerruti dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Lucca; la R. Accademia delle scienze di Lisbona; la R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona;

(1) Con un antelmintico mi sono liberato degli Anchilostomi, che ospitavo, ed ho riscontrato che erano in numero di sette.

l'Accademia di scienze naturali di Filadelfia; le Società zoologiche di Amsterdam e di Tokyo; le Società geologiche di Manchester e di Sydney; la Società di scienze naturali di Emden; il Museo Teyler di Harlem; gli Osservatorii di Vienna e di Praga.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

Il R. Istituto di studi superiori di Firenze; l'Accademia delle scienze di Cracovia; la Società geologica di Ottawa; l'Università di Tübingen.

## OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

*presentate nella seduta del 2 marzo 1902.*

*Arata P. N.* — Apuntes de Quìmica. T. I-III. Buenos Aires, 1901. 8°.

*Borgnino G. C.* — Tyrosine & Tyrosinase. Paris, 1902. 8°.

*Brédikhine T.* — Sur la Comète 1901, I. St. Pétersbourg, 1901. 4°.

*Clerici E.* — Sulle polveri sciroccali cadute in Italia nel marzo 1901. Roma, 1901. 8°.

*Delitala G.* — La risoluzione del pentagono completo e sue applicazioni nella geodesia elementare. Torino, 1902. 8°.

*Id.* — Nuova risoluzione di problemi. Torino, 1901. 8°.

*De Lorenzo G.* — Considerazioni sull'origine superficiale dei vulcani. Napoli, 1902. 4°.

*Id.* — Un paragone tra il Vesuvio e il Vulture. Napoli, 1901. 8°.

*De Toni G. B.* — Della vita e delle opere di Antonio Piccone. Roma, 1902. 4°.

*Foà P.* — Lavori dell'Istituto di anatomia patologica. Torino, 1902. 8°.

*Gaudry A.* — Sur la similitude des dents de l'homme et de quelques animaux. Paris, 1901. 8°.

*Helmert F. R.* — Dr. Hecker's Bestimmung der Schwerkraft auf dem Atlantischen Ocean. Berlin, 1902. 8°.

*Id.* — Ueber die Reduction von Lotabweichungen auf ein höher gelegenes Niveau. Stuttgart, 1902. 8°.

*Jensen Chr.* — Kurzer Ueberblick ueber die Thatsachen und Theorien auf dem Gebiete der atmosphärischen Polarisation. Hamburg, 1901. 8°.

Memorie dell'Osservatorio del Collegio Romano, pubblicate dal Direttore P. Tacchini. Ser. 3ª, vol. III. Roma, 1902. 4°.

*Oddone E.* — Del moto relativo nelle onde meccaniche terrestri. Pavia, 1902. 8°.

*Orlando L.* — Note di matematica. Messina, 1902. 8°.

*Pflüger E.* — Ueber Kalkseifen als Beweise gegen die in wässriger Lösung sich vollziehende Resorption der Fette. Bonn, 1902. 8°.

*Pierantoni L. F.* — Dimostrazione del Postulato di Euclide. Chieti, 1901. 8°.

Relazione sullo stato e sulla attività del Laboratorio di Entomologia agraria presso la R. Scuola Superiore di agricoltura in Portici, dalla sua fondazione a tutto l'anno 1900-1901. Roma, 1902. 8°.

*Sars G. O.* — An account of the Crustacea of Norway. Vol. IV. Copepoda. P. 3-4. Bergen, 1902. 8°.

*Taramelli T.* — Alcune osservazioni stratigrafiche nei dintorni di Varzo. Milano, 1902. 8°.

*Weingarten J.* — Ueber den Satz vom Minimum der Deformationsarbeit. Leipzig, 1902. 8°.

*Wild H.* — Ueber den Föhn und Vorschlag zur Beschränkung seines Begriffs. Zürich, 1901. 4°.

V. C.